TEMA 1

SISTEMAS DE NUMERACION

1. DISTINTAS FORMAS DE CONTAR

Las distintas culturas han ido elaborando a lo largo de su historia diversos símbolos gráficos para representar cantidades numéricas. Ya en los albores de la civilización, los sumerios y posteriormente los egipcios introdujeron formas gráficas para representar cardinales.

Los griegos y los hebreos, influenciados por el primer alfabeto fenicio, utilizaron las mismas letras de su alfabeto para representar las cantidades, con la lógica confusión que la mezcla de símbolos debió producir.

Los romanos utilizaron y extendieron por todo su ámbito de influencia su característica numeración romana, la cual ha pervivido hasta nuestros días aunque más como reliquia que como notación útil, pues cualquiera que haya trabajado con el sistema romano habrá comprobado la dificultad que presenta para su lectura, su escritura y no digamos, para la realización de operaciones aritméticas.

Fue en la India, no después del siglo IX, cuando se dio el paso decisivo, al utilizar por vez primera, un símbolo específico para el cero y hacer que el valor de una cantidad dependiera del orden que ocupa en el número.

Los árabes introdujeron este sistema y rápidamente se extendió por todo Occidente pues tenía la ventaja adicional, al ser los alfabetos romano y árabe distintos, de que los símbolos para representar cantidades dejaron de coincidir con las letras, con lo cual se evitó el confusionismo entre letras y números que había existido hasta entonces. Otra ventaja fue que en el sistema romano de numeración se necesitaban nuevos símbolos cada vez que se aumentaba el orden de magnitud de una cantidad y en cambio, en el llamado sistema arábigo tan sólo se necesitan diez símbolos diferentes para representar cualquier cantidad, por grande que ésta sea.

El hecho de utilizar un sistema de numeración en base diez, y no en otra base, mayor o menor, se debe al número de dedos de las manos, tan frecuentemente utilizados para contar. Otros seres con 4 dedos en cada mano, hubieran desarrollado un sistema de numeración en base 8.

A pesar de la exclusiva utilización del sistema de numeración en base 10, también se utiliza, a veces, el sistema en base 12, contándose por docenas.

En una sociedad cuyos individuos vayan descalzos, es lógico suponer que desarrollarán un sistema de contar en base veinte, que es la suma de los dedos de las manos y de los pies. Las tribus Mayas utilizaban este sistema, e incluso el idioma francés emplea la expresión "quatre-vingt" (cuatro veintes), para representar al ochenta y "quatre-vingt dix" (cuatro veintes diez) para el noventa.

Los antiguos sumerios utilizaban el sistema en base 60 (sexagesimal) y 5.000 años más tarde nosotros seguimos utilizando esta numeración para contar las horas, los minutos y los segundos y también en la medida de los ángulos.

2. REPRESENTACION DE UNA CANTIDAD EN FUNCION DE SU BASE

Hemos visto, en la pregunta anterior, que el sistema indio de numeración otorga un valor distinto a cada cifra, según sea la posición que ocupe. En general podemos diferenciar estas posiciones llamándolas; posición de primer orden, de segundo orden, de tercer orden, ...etc.

Por ejemplo, la cantidad 1792, escrita en base decimal, está formada por.

1	7	9	2
4º orden	3er orden	2º orden	1er orden

2 unidades de 1er orden.
9 " " 2º "
7 " " 3er "
1 " " 4º "

Descompongamos en sumas de potencias de la base (10), la cantidad anterior.

$$1792 = 1.1000 + 7.100 + 9.10 + 2.1$$

Obsérvese que 1000, 100, 10 y 1 son las sucesivas potencias de la base (diez), desde el exponente 0 hasta el exponente 3. Por tanto:

$$1792 = 1.10^3 + 7.10^2 + 9.10^1 + 2.10^0$$

Vemos que cada orden, es decir la posición de cada cifra en la cantidad 1792, viene caracterizado por una potencia de diez, de exponente igual al orden (contado de derecha a izquierda), que ocupa la cifra menos uno. Así.

la posición de 1er orden viene representada por $10^0 = 1$.
" " " 2º " " " " $10^1 = 10$.
" " " 3er " " " " $10^2 = 100$.
" " " 4º " " " " $10^3 = 1000$.

En general la posición de orden n viene caracterizada por m^{n-1}, donde m representa la base de nuestro sistema de numeración.

Por ejemplo, sea una cantidad cualquiera N, que escrita en un sistema de numeración de orden m, viene representada por las cifras.

$$z\ y\ x\ \ldots\ c\ b\ a$$

donde, la cifra a representa las unidades de orden 1
" " b " " " " " 2
" " c " " " " " 3
. . . .
" " x " " " " " n-2
" " y " " " " " n-1
" " z " " " " " n

Luego la cantidad N, se puede descomponer según:

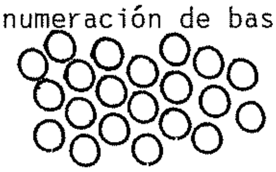
$$N = z.m^{n-1} + y.m^{n-2} + x.m^{n-3} + \ldots + c.m^2 + b.m^1 + a.m^0 \qquad (1)$$

Siendo, z, y, x, ..., c, b y a números naturales menores que m

NOTA: Si la base m fuera mayor que 10 esos símbolos pueden ser letras en vez de cifras, aunque representen cantidades. De todas formas, en el estudio que vamos a realizar, sólo trabajaremos con sistemas de numeración comprendidos entre 2 y 10.

La expresión (1) puede enunciarse como: " Toda cantidad natural puede descomponerse en la suma de los productos de cada una de las cifras que lo forman por la base en que está escrita, elevada al orden de posición de la cifra (contada de derecha a izquierda), menos uno".

Basándanos en ésto, para numerar N objetos basta con agruparlos en montones de m^n unidades cada uno. El número de montones que se puedan formar representan las unidades de orden $n-1$. De esta forma utilizamos un sistema de numeración de base m.



Por ejemplo, dados esos elementos de la izquierda, si los agrupamos en montoncitos de 12 en 12 obtenemos.

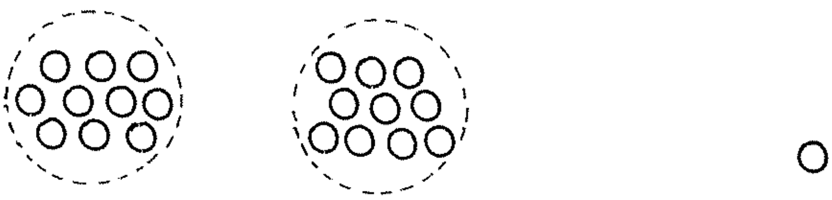
1 grupo de $12^1 = 12$ elementos y 9 grupos de $12^0 = 1$ elementos, que se escribiría como.

$\underline{\underline{1 \quad 9}}$ (en base 12)

9 unidades de primer orden y 1 unidad de 2º orden.

Según (1) se escribiría: $N = 1.12^1 + 9.12^0 = 1.12 + 9.1 = 21_{10)}$

Si los agrupamos de 10 en 10, se obtiene.

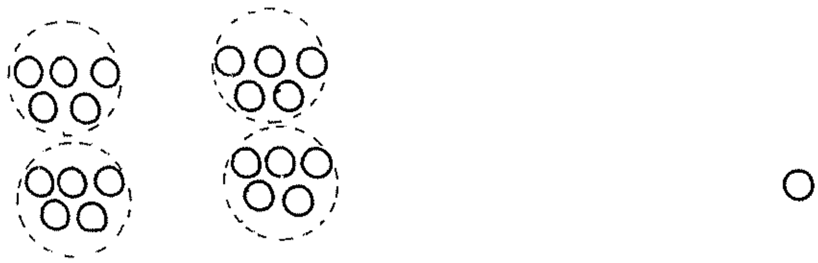


2 grupos de $10^1 = 10$ elementos y 1 grupo de $10^0 = 1$ elemento, que se escribe como.

$\underline{\underline{2 \quad 1}}$ (en base 10)

Según (1), se puede poner: $N = 2.10^1 + 1.10^0 = 2.10 + 1.1 = 21_{10)}$

Si los agrupamos de 5 en 5, obtenemos.

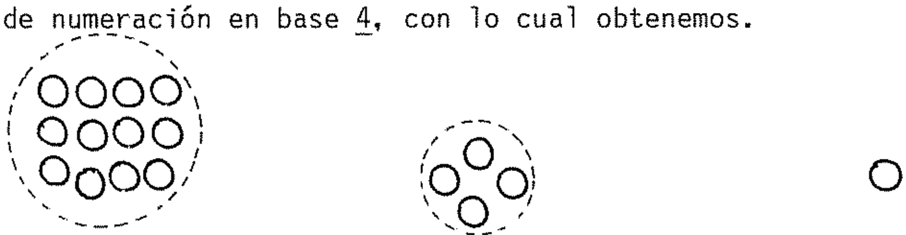


4 grupos de $5^1 = 5$ elementos y 1 grupo de $5^0 = 1$ elementos, con lo cual esa cantidad se escribiría como.

$$\underline{\underline{4 \quad 1}} \text{ (en base 5)}$$

Utilizando (1), pondríamos: $N = 4.5^1 + 1.5^0 = 4.5 + 1.1 = 21_{10)}$

Si los agrupamos en forma de potencias de 4, estoy utilizando un sistema de numeración en base 4, con lo cual obtenemos.



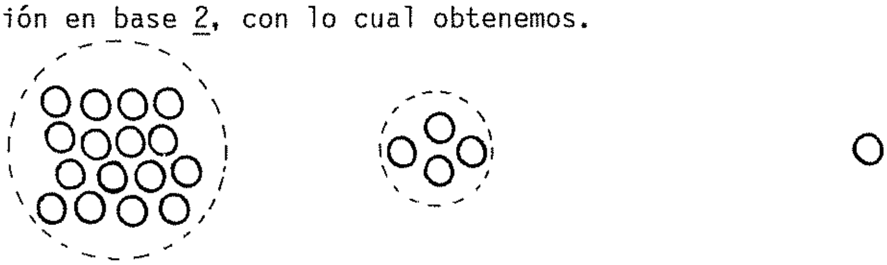
1 grupo de $4^2 = 16$ elem. 1 grupo de $4^1 = 4$ elem. 1 grupo de $4^0 = 1$ elem.

Por tanto se escribiría.

$$\underline{\underline{1 \quad 1 \quad 1}} \text{ (en base 4)}$$

Utilizando (1), se pone: $N = 1.4^2 + 1.4^1 + 1.4^0 = 21_{10)}$

Si los agrupamos en forma de potencias de 2, utilizo un sistema de numeración en base 2, con lo cual obtenemos.



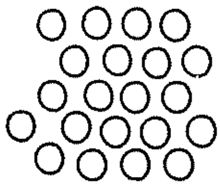
1 grupo de $2^4 = 16$ elem. 1 grupo de $2^2 = 4$ elem. y 1 grupo de $4^0 = 1$ elem.

Por tanto se escribiría como.

$$\underline{\underline{1 \quad 0 \quad 1 \quad 0}} \quad 1 \text{ (en base 2)}$$

Utilizando (1), se pondría: $N = 1.2^4 + 0.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0 = 21_{10)}$

En resumen, hemos podido comprobar con estos ejemplos, que una MISMA CANTIDAD puede ser representada mediante CIFRAS DIFERENTES, según sea el valor de nuestra BASE DE REFERENCIA. De esta manera.

 objetos se representan por

19	si	utilizamos	la	base	12.
21	"	"	"	"	10.
41	"	"	"	"	5.
111	"	"	"	"	4.
10101	"	"	"	"	2.

Es decir, a pesar de tener nuestra mente acostumbrada a realizar las técnicas de contar en base 10, debemos admitir la posibilidad de representar - cantidades en otras bases distintas, con lo cual llegamos a resultados aparentemente absurdos, debido a nuestra tendencia a efectuar los cálculos en base - 10.

Por otro lado, podemos comprobar que al disminuir el valor de la base aumenta el número de cifras necesarias para representar cantidades y en cambio, al aumentar la base disminuye el número de cifras. En el ejemplo anterior.

utilizando	la	base	12	se	escribe	19,	se precisan	2	cifras
"	"	"	4	"	"	111,	" "	3	"
"	"	"	2	"	"	10101,	" "	5	"

Dada una base m cualquiera, el número de cifras necesarias para re-- presentar una cantidad N, se obtiene al resolver la ecuación.

$$m^x \leqslant N$$

El número de cifras es igual a la parte entera de x, más 1.

Obsérvese que el número de símbolos gráficos diferentes, utilizados - en cada sistema de numeración coincide con el valor de la base. Así.

en base 10, se utilizan 10 símbolos; 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.
" " 4 " " 4 " ; 0, 1, 2 y 3.
" " 2 " " 2 " ; 0 y 1.

Si la base fuera superior a 10, deberíamos idear nuevos símbolos que representaran cantidades superiores al 9. Por ejemplo, en el sistema hexadecimal (base 16), tan utilizado en los ordenadores, se emplean, aparte de las 10 cifras del sistema decimal.

La A para representar el 10; la B para representar el 11
" C " " " 12; la D " " " 13

La E para representar el 14 y la F para representar el 15

Es importante señalar que en nuestro familiar sistema de numeración decimal, para representar diez unidades necesito utilizar DOS cifras (10), y - en cambio en el sistema hexadecimal se utiliza UN solo símbolo gráfico (A).

Al aumentar la base disminuye el número de cifras para representar una cantidad (ventaja), pero aumenta el número de símbolos gráficos que hemos - de memorizar para trabajar en esa base (desventaja).

Por último, recordar que al emplear un determinado sistema de numeración no podemos utilizar un símbolo gráfico de valor igual o superior a la base.

si trabajamos en base 2, sólo utilizaremos; 0 y 1.
" " " " 5 " " ; 0, 1, 2, 3 y 4.
" " " " 7 " " ; 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

3. CAMBIO DE BASE DEL SISTEMA DE NUMERACION

Vamos a tratar en este punto del método a seguir para escribir una - cantidad en otra base distinta a la que está escrito. Para ello voy a agrupar el estudio en tres casos generales.

a) Pasar una cantidad escrita en base $m < 10$ a base 10

Este caso ya lo hemos resuelto en los ejemplos anteriores y basta -- con utilizar la expresión (1) para obtener el resultado.

Ejemplo 1: Dado el número 6415 escrito en base 8. Escribirlo en base 10.

Como el número tiene 4 cifras, escribimos las 4 primeras potencias de 8, desde 0 hasta 3, multiplicadas por la cifra correspondiente a cada orden y sumamos.

$$6 \quad 4 \quad 1 \quad 5_{8)}$$

$$6.8^3 + 4.8^2 + 1.8^1 + 5.8^0$$

$$6.512 + 4.64 + 1.8 + 5.1$$

$$3072 + 256 + 8 + 5 = \underline{3.314_{10)}}$$

Consejos prácticos:

- En este tipo de ejercicios suelen ser frecuentes los errores al --

confundir el alumno el orden de las operaciones y realizar primero el producto y luego la potencia. Hay que recordar que el orden a seguir es:

1º) Las potencias.
2º) Los productos.
3º) Las sumas.

Cualquier alteración de este orden provoca un error.

- Las potencias de exponente <u>cero</u> valen la <u>unidad</u>.Es decir.

$$8^0 = 1$$

- Resulta conveniente en todos estos ejercicios, donde se trabaja -- con distintos sistemas de numeración, señalar la base en la que están escritos los números en forma de subíndice, para evitar confusiones.

Ejemplo 2: Pasar a base 10, $101011_{2)}$

Como tiene <u>6</u> cifras, comenzamos por el exponente; 6-1 = 5

$$1.2^5 + 0.2^4 + 1.2^3 + 0.2^2 + 1.2^1 + 1.2^0$$
$$1.32 + 0 + 1.8 + 0 + 1.2 + 1.1$$
$$32 + 8 + 2 + 1 = \underline{43_{10)}}$$

b) <u>Pasar una cantidad escrita en base 10 a otra base m < 10.</u>

Recordando el ejemplo de la pregunta anterior, veíamos que para escribir una cantidad <u>N</u> en base <u>m</u> , lo que hacíamos era ir formando montoncitos de $\underline{m^n}$ unidades cada uno y posteriormente, contando el número de montones de valor $\underline{m^{n-1}}$ sabíamos el número de unidades de orden <u>n</u>.

Este proceso mecánico equivale a ir efectuando las sucesivas divisiones de la cantidad <u>N</u>, por la base <u>m</u> e ir tomando los restos y el último cociente. Veamos el proceso mediante un ejemplo.

Para pasar la cantidad $2051_{10)}$ a base <u>5</u>, realizamos, en primer lugar la división por <u>5</u>.

$$\begin{array}{rrrr|l} 2 & 0 & 5 & 1 & 5 \\ \hline & 0 & 5 & & 410 \\ & & 0 & 1 & \\ & & & 1 & \end{array}$$

Se pueden formar 410 grupos de 5 elementos y sobra 1 elemento. Por tanto, sabemos que la unidad de 1<u>er</u> orden vale <u>1</u>.

Dividamos los 410 grupos, de nuevo entre <u>5</u>.

$$\begin{array}{ccc|l} 4 & 1 & 0 & 5 \\ \cline{4-4} & 1 & 0 & 8\ 2 \\ & & 0 & \end{array}$$

Se obtienen 82 grupos de $5^2 = 25$ unidades, sin que sobre nada. Portanto, la unidad de 2º orden vale 0.

Dividamos los 82 grupos de 25 entre 5

$$\begin{array}{cc|l} 8 & 2 & 5 \\ \cline{3-3} 3 & 2 & 1\ 6 \\ & 2 & \end{array}$$

Obtenemos 16 grupos de $5^3 = 125$ unidades y sobran 2 grupos de 25 unidades. Por tanto, la unidad de 3er orden vale 2.

Dividamos los 16 grupos de 125 entre 5.

$$\begin{array}{cc|l} 1 & 6 & 5 \\ \cline{3-3} & 1 & 3 \end{array}$$

Obtenemos 3 grupos de $5^4 = 625$ unidades y sobra 1 grupo. Por tanto, la unidad de 4º orden vale 1.

Como 3 es menor que 5, no podemos seguir dividiendo, por consiguiente nos quedarán 3 unidades de 5º orden

En definitiva, tras realizar las sucesivas divisiones obtenemos:

1	unidad	de 1er	orden
0	"	" 2º	"
2	"	" 3er	"
1	"	" 4º	"
3	"	" 5º	"

Que al colocarlas ordenadamente, nos dan el resultado pedido.

$$2051_{10)} = \underline{3\ 1\ 2\ 0\ 1_{5)}}$$

Este valor NO DEBE LEERSE: "Treinta y un mil doscientos uno", porque esta nomenclatura es propia de la base 10 y el número está escrito en base 5. Lo que significa esa cantidad es que tenemos.

1	grupo	de	$5^0 = 1$	elemento
0	"	"	$5^1 = 5$	"
2	"	"	$5^2 = 25$	"
1	"	"	$5^3 = 125$	"
3	"	"	$5^4 = 625$	"

En total: 3.625 + 1.125 + 2.25 + 0.5 + 1.1 = <u>2051 elementos</u>

En la práctica no es necesario realizar todo ese desarrollo, se puede resumir, tal como indica el ejemplo siguiente.

Ejemplo 3: Pasar a base <u>3</u>, $603_{10)}$.

$$\begin{array}{llllll}
603 & \underline{|3} & & & & \\
003 & 201 & \underline{|3} & & & \\
0 & 21 & 67 & \underline{|3} & & \\
 & 0 & 07 & 22 & \underline{|3} & \\
 & & 1 & 1 & 7 & \underline{|3} \\
 & & & & 1 & 2
\end{array}$$

finalizamos al obtener un cociente menor que la base.

Se toma el último cociente y los restos anteriores, en orden ascendente.

$$603_{10)} = \underline{2\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0_{3)}}$$

c) <u>Pasar de una base cualquiera m_1 a otra m_2, siendo m_1 y m_2 mayores que 1 y menores que 11</u>.

Para resolver este problema, seguiremos los siguientes pasos.

1º) Pasamos la cantidad escrita en base m_1 a base 10, siguiendo el método explicado en el apartado (a).

2º) Pasamos esa cantidad, escrita ahora en base 10, a base m_2, según se indica en el apartado (b).

Ejemplo 4: Pasar $4532_{6)}$ a base <u>8</u>.

1º) Pasamos a base 10.

$$4.6^3 + 5.6^2 + 3.6^1 + 2.6^0 = 864 + 180 + 18 + 2 = 1064_{10)}$$

2º) Pasamos a base 8.

$$\begin{array}{llll}
1064 & \underline{|8} & & \\
\ \ 26 & 133 & \underline{|8} & \\
\ \ \ 24 & \ \ 53 & 16 & \underline{|8} \\
\ \ \ \ 0 \leftarrow & \ \ \ 5 \leftarrow & \ 0 \leftarrow & 2
\end{array}$$

$$4532_{6)} = \underline{2\ 0\ 5\ 0_{8)}}$$

Ejemplo 5: Pasar $7532_{9)}$ a base 4

$$7.9^3 + 5.9^2 + 3.9^1 + 2.9^0 = 5103 + 405 + 27 + 2 = 5537_{10)}$$

$$\begin{array}{lllllll}
5537 & \underline{|4} & & & & & \\
15 & 1384 & \underline{|4} & & & & \\
\ 33 & \ 18 & 346 & \underline{|4} & & & \\
\ \ 17 & \ \ 24 & \ 26 & 86 & \underline{|4} & & \\
\ \ \ 1 & \ \ \ 0 & \ \ 2 & 06 & 21 & \underline{|4} & \\
 & & & \ 2 & \ 1 & 5 & \underline{|4} \\
 & & & & & 1 & 1
\end{array}$$

$$7532_{9)} = \underline{1\ 1\ 1\ 2\ 2\ 0\ 1_{4)}}$$

4. EL SISTEMA BINARIO. UTILIZACION EN LOS ORDENADORES

De todos los sistemas de numeración, el que mayor interés tiene, desde el punto de vista práctico, aparte del sistema decimal, es el BINARIO, el cual toma como base el 2. En este sistema utilizamos dos cifras, tan solo; el uno (1) y el cero (0) para representar cualquier cantidad.

En los ordenadores, la información se almacena en forma de unos y ceros, equivalente matemático de los estados físicos; pasa corriente, no pasa corriente. Cada uno de estos posibles estados recibe el nombre de BIT, que representa la mínima cantidad de información almacenada. A una serie de 8 bits se le llama BYTE. Así, un byte lo podemos representar por un conjunto de ocho casillas, en cuyo interior se pueden alojar unos ó ceros.

1	0	1	0	0	1	1	1

Si desearamos pasar esta cantidad, escrita en binario, a decimal; no tenemos más que utilizar la regla estudiada en el apartado 3.a.

$$10100111_{2)} = 1.2^7 + 0.2^6 + 1.2^5 + 0.2^4 + 0.2^3 + 1.2^2 + 1.2^1 + 1.2^0 =$$
$$= 128 + 0 + 32 + 0 + 0 + 4 + 2 + 1 = \underline{167_{10)}}$$

Hay 256 bytes diferentes, como se desprende de pasar a decimal el número binario $11111111_{2)}$.

Obsérvese que el sistema binario es el más sencillo para almacenar y transmitir información. El sistema Morse utilizado en los telégrafos está formado por combinaciones de puntos y rayas, equivalentes a unos y ceros. El sistema Braille de lectura para ciegos utiliza puntos en relieve y zonas lisas, equivalentes igualmente a unos y ceros. Dos personas pueden transmitirse un mensaje simplemente encendiendo y apagando una linterna. En los barcos, el heliógrafo permite enviarse mensajes apagando y encendiendo un reflector.

Hoy en día, el tratamiento de la información pasa necesariamente por la digitalización (conversión en unos y ceros) de la señal analógica, como es el caso del Compact-Disc , el teletexto a través del cable telefónico, los códigos de barras, etc.

El gran auge de la informática le presta al sistema binario de numeración, su soporte matemático, una gran importancia. Y tras esta introducción, pasemos a ver cómo se opera en sistema binario.

5. SUMA Y RESTA EN BINARIO

En primer lugar, veamos los cuatro casos que pueden darse al sumar dos cifras en binario.

$$0 + 0 = 0$$
$$1 + 0 = 1$$
$$0 + 1 = 1$$
$$1 + 1 = 1\ 0$$

Este último resultado merece la pena comentarlo.

Como en el sistema binario no se conoce ningún símbolo para representar dos unidades, necesitamos el uso de 2 cifras (1 0). La unidad de primer orden vale 0 y la de segundo orden 1; al igual que sucede en el sistema decimal para representar diez unidades, el resultado no puede expresarse con ningún signo único y recurrimos al empleo de dos signos: el 1 0, que significa que ya hemos completado todas las unidades de primer orden e iniciamos las de segundo orden.

La tabla de sumar en binario, que utilizaremos en las operaciones de suma queda:

	0	1
0	0	1
1	1	10

El valor 10, utilizado en esta tabla, NO DEBE LEERSE "Diez", porque no representa esa cantidad, sino tan solo DOS unidades, lo que sucede es que en binario, según hemos explicado antes, se utiliza el uno seguido del cero para representar dos unidades.

Veamos cómo se realizaría una suma en binario, por ejemplo; $10101_{2)}+ 10011_{2)}$.

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \\ +\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ \hline \end{array}$$

Se comienza por la derecha y hacemos.

$$1 + 1 = 1\ 0$$

Se coloca un $\underline{0}$ y llevamos $\underline{1}$.

$$\begin{array}{cccccc} & & & & 1 & \\ & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ + & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & & & & & 0 \end{array}$$

En la segunda columna hacemos.

$$1 + 0 + 1 = 1\ 0$$

Se coloca un $\underline{0}$ y llevamos $\underline{1}$.

$$\begin{array}{cccccc} & & & 1 & & \\ & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ + & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & & & & 0 & 0 \end{array}$$

En la tercera columna hacemos.

$$1 + 1 = 1\ 0$$

Se coloca un $\underline{0}$ y llevamos $\underline{1}$.

$$\begin{array}{cccccc} & & 1 & & & \\ & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ + & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline & & & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

En la cuarta columna hacemos.

$$1 + 0 + 0 = 1$$

Se coloca el $\underline{1}$.

$$\begin{array}{cccccc} & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ + & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

En la quinta columna hacemos.

$$1 + 1 = 1\ 0$$

Se pone este valor y queda finalmente

$$\begin{array}{cccccc} & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ + & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Podemos comprobar el resultado, pasando estas tres cantidades a base decimal.

$$10101_{2)} = 1.2^4 + 0.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0 = 16 + 4 + 1 = 21_{10)}$$
$$10011_{2)} = 1.2^4 + 0.2^3 + 0.2^2 + 1.2^1 + 1.2^0 = 16 + 2 + 1 = 19_{10)}$$
$$101000_{2)} = 1.2^5 + 0.2^4 + 1.2^3 + 0.2^2 + 0.2^1 + 0.2^0 = 32 + 8 = 40_{10)}$$

Efectivamente: $21 + 19 = 40$

Para restar utilizamos la misma técnica, teniendo en cuenta que.

$$1 - 0 = 1$$
$$1 - 1 = 0$$
$$0 - 0 = 0$$

Si la cifra del minuendo es menor que la del sustraendo (0 - 1), se toma el minuendo como si fuera 10 y se efectúa la resta 10 - 1 = 1. En la columna siguiente se le suma 1 unidad a la cifra del sustraendo al igual que hacemos con la resta en decimal.

Veamos cómo se realizaría la resta en binario, por ejemplo; $10110_{2)} - 10011_{2)}$.

$$\begin{array}{cccccc} & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ - & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Empezamos por la derecha y hacemos 0 - 1 = 1. Colocamos el <u>1</u> y llevamos <u>1</u> que sumamos al 1 del sustraendo de la segunda columna; 1 + 1 = 10.

$$\begin{array}{cccccc} & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ - & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline & & & & & 1 \end{array}$$

En la segunda columna hacemos 11 - 10 = 1. Colocamos un <u>1</u> y llevamos <u>1</u> que lo sumamos al sustraendo de la tercera columna; 0 + 1 = 1.

$$\begin{array}{cccccc} & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ - & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ \hline & & & & 1 & 1 \end{array}$$

En la tercera columna hacemos 1 - 1 = 0. Se coloca el <u>0</u>.

$$\begin{array}{rccccc} & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ - & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & & & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

En la cuarta columna hacemos 0 - 0 = 0. Por tanto colocamos un <u>0</u>.

$$\begin{array}{rccccc} & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ - & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

En la quinta columna hacemos 1 - 1 = 0. Por tanto, colocamos un <u>0</u>. Quedando finalmente.

$$\begin{array}{rccccc} & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ - & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 = 1\ \ 1_{2)} \end{array}$$

Comprobemos el resultado pasando estas tres cantidades a base 10.

$10110_{2)} = 1.2^4 + 0.2^3 + 1.2^2 + 1.2^1 + 0.2^0 = 16 + 4 + 2 = 22_{10)}$

$10011_{2)} = 1.2^4 + 0.2^3 + 0.2^2 + 1.2^1 + 1.2^0 = 16 + 2 + 1 = 19_{10)}$

$11_{2)} = 1.2^1 + 1.2^0 = 2 + 1 = 3_{10)}$

Efectivamente, 22 - 19 = 3

Veamos ahora otros ejemplos.

Ejemplo 6: Sumar en binario, $101101_{2)} + 11010_{2)} + 110001_{2)}$.

Para resolver este ejercicio podemos realizar en primer lugar la suma de las dos primeras cantidades y el resultado sumárselo a la tercera. O bien, realizar directamente la suma sin más que tener en --- cuenta que:

1 + 1 + 1 = 1 1 (se pone un <u>1</u>, y llevamos <u>1</u>)

1 + 1 + 1 + 1 = 1 0 0 (se pone un <u>1</u> y llevamos <u>10</u>)

<u>Primer método</u>

$$\begin{array}{ccccccc} & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ + & & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

Ahora sumo esta cantidad a la tercera.

$$\begin{array}{r}
1\;0\;0\;0\;1\;1\;1\\
+\;1\;1\;0\;0\;0\;1\\
\hline
1\;1\;1\;1\;0\;0\;0
\end{array}$$

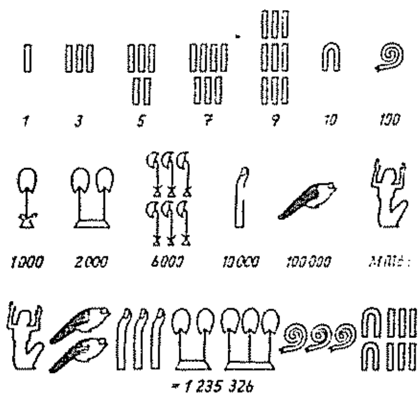
<u>Segundo método</u>.

$$\begin{array}{r}
1\;0\;1\;1\;0\;1\\
1\;1\;0\;1\;0\\
+\;1\;1\;0\;0\;0\;1\\
\hline
1\;1\;1\;1\;0\;0\;0
\end{array}$$

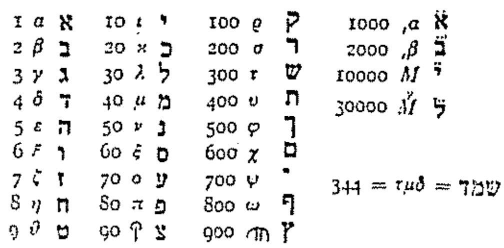
Ejemplo 7: Restar en binario; $111011_{2)}$ - $101101_{2)}$

$$\begin{array}{r}
1\;1\;1\;0\;1\;1\\
-\;1\;0\;1\;1\;0\;1\\
\hline
0\;0\;1\;1\;1\;0
\end{array} = 1110_{2)}$$

<u>SIMBOLOS GRAFICOS UTILIZADOS EN LA ANTIGUEDAD.</u>



Numeración egipcia



Numeración griega y hebrea

零	0	八	8			一	
一	1	九	9	五		千	
二	2	十	10	百		九	
三	3	百	100	零		百	
四	4	千	1000	八		四	
五	5	萬	10000	508		十	
六	6	億	100000			三	
七	7	兆	1000000			1943	

Numeración china

EJERCICIOS DEL TEMA 1

1.1.- Descomponer $49.761_{10)}$ en suma de potencias de 10.

2.1.- Descomponer $560.307_{10)}$ en suma de potencias de 10.

3.1.- En el libro "De los números y su historia", Isaac Asimov escribe "..le llevó al hombre 5.000 años a partir del comienzo de los símbolos numéricos idear un símbolo que represente la nada, el 0".
¿Por qué piensas que es tan importante el cero?.

4.1.- ¿Por qué razón crees que los sumerios idearon un sistema de numeración en base 60?.

5.1.- Toma 15 objetos y agrupándolos convenientemente escribe esta cantidad en base.
a) 8.
b) 4.
c) 2.

6.1.- ¿Cuántas cifras se necesitan para escribir el número 100 en base.
a) 100.
b) 10.
c) 5.
d) 2.

7.1.- Si para representar la cantidad 1.000, escrita en base 1.000 necesitamos 4 cifras, ¿por qué no utilizar la base 1.000 en vez de la base 10 para representar cantidades?, ¿no sería más sencillo escribir las cantidades con menos cifras?.

8.1.- ¿Por qué un número escrito en base 8, no puede contener la cifra 8?.

9.1.- ¿Qué inconvenientes presenta la utilización de sistemas de numeración de bases superiores a 10?.

10.1.- ¿Qué inconvenientes presenta la utilización de sistemas de numeración en bases inferiores a 10?.

11.1.- Pasar a base 10; $54401_{6)}$.

12.1.- " " " "; $231333_{5)}$.

13.1.- " " " "; $112121_{3)}$.

14.1.- " " " "; $74824_{9)}$.

15.1.- Pasar a base 4; $6983_{10)}$.

16.1.- " " " 8; $73297_{10)}$.

17.1.- " " " 6; $8226_{10)}$.

18.1.- " " " 7; $4723_{10)}$.

19.1.- Pasar a base 6; $81478_{9)}$.

20.1.- " " " 2; $543_{6)}$.

21.1.- " " " 5; $120112_{3)}$.

22.1.- " " " 8; $3023_{4)}$.

23.1.- Sumar en binario.
$1010110_{2)} + 101011_{2)} + 10110_{2)}$

24.1.- Restar en binario.
$1011101_{2)} - 1001011_{2)}$

25.1.- Sumar en binario y comprobar el resultado, pasando las cantidades a base 10.
$1011101_{2)} + 1110101_{2)}$

26.1.- Restar en binario y comprobar el resultado pasando todas las cantidades a base 10.
$110110_{2)} - 1000010_{2)}$.

27.1.- Sumar en binario.
$10110_{2)} + 10001_{2)} + 10101_{2)} + 11011_{2)}$

28.1.- Basándote en las sumas en binario, elabora la tabla de multiplicar del $1_{2)}$ en sus diez primeros valores.

29.1.- Restar en binario.
$1110011_{2)} - 1001101_{2)}$
A continuación, comprobar el resultado sumando el valor de la resta al sustraendo y comprobando que se obtiene el minuendo, (todo en base 2).

30.1.- Realizar la siguiente operación en binario.
$11011_{2)} - 1110_{2)} + 1001_{2)}$.