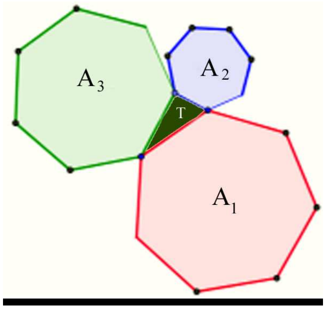
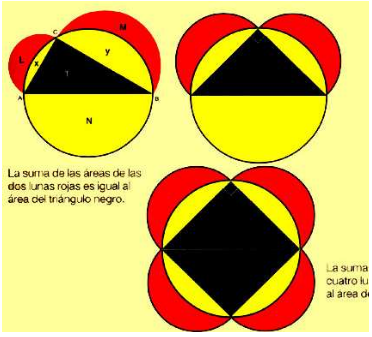
**1)** *¿Sabías que el Teorema de Pitágoras tal como lo enseñan en los Institutos es solo parcialmente cierto?.*

El verdadero Teorema de Pitágoras dice: "En todo triángulo rectángulo, el área de una figura plana construida sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de dos figuras planas semejantes a la primera, construidas sobre cada uno de los catetos".
Por ejemplo, en la figura de la derecha, el área del heptágono $A_1$ es igual a la suma de las áreas de los heptágonos pequeños; $A_2$ y $A_3$.




**2)** *¿Sabías que figuras formadas por arcos de circunferencia, las lúnulas, se pueden cuadrar?*

La suma de las áreas de las 4 lúnulas, en rojo, es justamente igual al área del cuadrado negro *(figura inferior).*
Aplicando el Teorema de Pitágoras generalizado a un triángulo rectángulo isósceles es fácil demostrar la cuadratura de las lúnulas.
Leonardo da Vinci, lo hizo. ¿Te atreverías tú? *(ver figura superior).*
Este curioso comportamiento de las llamadas "lúnulas de Hipócrates de Chíos", hizo pensar a Leonardo la posibilidad de cuadrar el círculo, empeño al que le dedicó mucho tiempo infructuosamente.

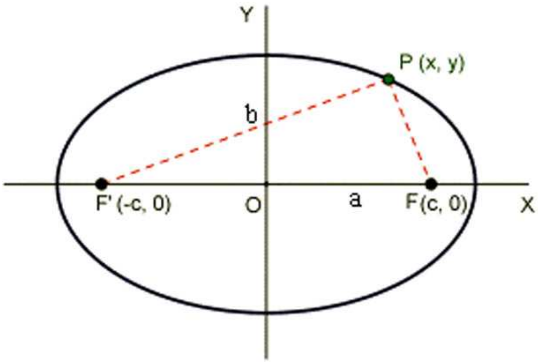



**3)** *¿Sabías que NO existe ninguna fórmula matemática que nos dé exactamente la longitud de una elipse?.*

La longitud de una circunferencia es $C = 2\cdot\pi\cdot R$, pero de la elipse tan sólo conocemos expresiones aproximadas, nunca exactas.
En cambio, el área de la elipse se conoce perfectamente: $A = \pi\cdot a\cdot b$
El gran matemático hindú Ramanujan, a principios del siglo XX obtuvo la mejor aproximación conocida de la longitud de la elipse.

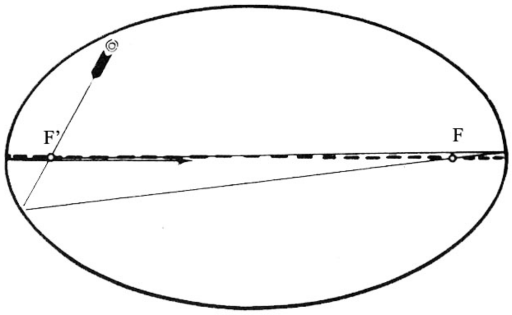
$$L \approx \pi\cdot\left[3\,(a+b)-\sqrt{(3a+b)\cdot(a+3b)}\right]$$

Siendo a y b los semiejes de la elipse.
El problema reside en que para calcular el perímetro de la elipse aparece una integral elíptica que no tiene primitiva, obteniéndose el valor de la integral sólo por cálculos aproximados.




**4)** *¿Sabías que en una mesa de billar elíptica al golpear la bola desde uno de los focos de la elipse en cualquier dirección, al rebotar en la banda, la bola pasará obligatoriamente por el otro foco?.*

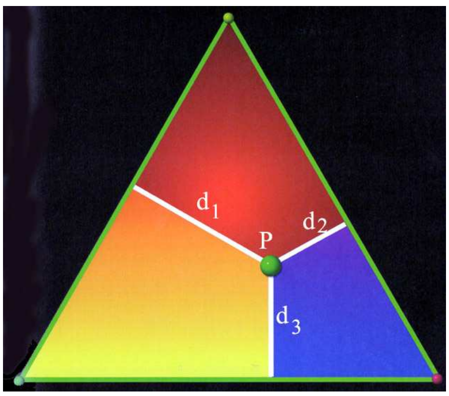
Los rebotes sucesivos seguirán hasta que la bola se detenga, pero siempre pasando por los dos focos, acercándose paulatinamente hasta coincidir en el límite, con el eje mayor de la elipse.




**5)** *¿Sabías que en un triángulo equilátero, al tomar un punto interior cualquiera P, la suma de las distancias del punto P a cada uno de los lados del triángulo es una cantidad constante?.*

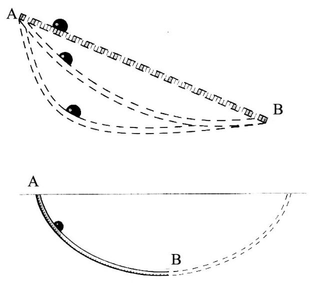
No importa dónde tomemos el punto P, siempre y cuando sea interior al triángulo.
Este, sencillo y al tiempo nada intuitivo teorema fue enunciado y demostrado por Vincenzo Viviani, discípulo de Galileo, en el siglo XVII.
La suma de las distancias, es evidente, coincide con la altura del triángulo (no tenemos más que situar P en el vértice superior).
Por tanto, siendo L, el lado del triángulo, la suma de las distancias valdrá siempre;

$$d_1 + d_2 + d_3 = \frac{L\cdot\sqrt{3}}{2}$$



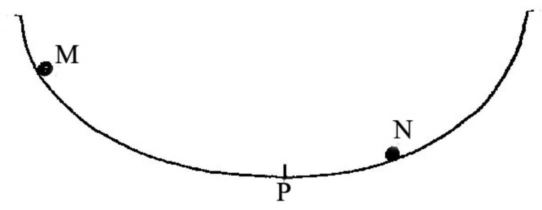
**6)** *¿Sabías que la trayectoria que hace mínimo el tiempo de caída de un objeto entre dos puntos fijos A y B es un arco de cicloide?.*

Un objeto puntual, por ejemplo una esfera metálica, dejada caer libremente, sin rozamientos, para ir de A a B, aunque la distancia mínima es la línea recta, sin embargo, el tiempo de caída mínimo **NO** sigue una trayectoria recta, sino una curva llamada "braquistócrona". Esa curva es un arco de cicloide.
Es realmente sorprendente y totalmente contrario a la intuición que el tiempo mínimo de caída **NO** coincida con la trayectoria de longitud mínima.




**7)** *¿Sabías que el tiempo de caída de un objeto deslizando sin rozamientos sobre una braquistócrona es INDEPENDIENTE de la altura desde la que lo dejemos caer?.*

En el esquema de la figura, el tiempo que tarda un objeto dejado caer libremente sin rozamientos, para caer de M a P es el MISMO que para caer de N a P.
Si situáramos un objeto a 1 cm de P y otro a 1 m de P, y los soltáramos simultáneamente, tardarían el MISMO TIEMPO en llegar al punto inferior P.
Aunque parezca imposible y difícil de creer, en algunos museos de la Ciencia tienen un dispositivo en forma de cicloide. Dejando caer dos bolitas metálicas al mismo tiempo desde distintas alturas, por la derecha y por la izquierda, comprobamos que ambas chocan justo en el punto P.




**8)** Las pistas de atletismo tienen 400 m de longitud. Están formadas por dos rectas de 100 m cada una y dos semicírculos de 100 m cada uno.
Todo el mundo sabe que el corredor que va por la calle de fuera recorre en cada vuelta más metros que el corredor de la calle interior.
*¿Sabías que si la pista de atletismo se ampliara por ejemplo 10 veces (pista de 4.000 m) manteniendo sus proporciones, la diferencia de recorridos entre la pista exterior y la interior seguiría siendo LA MISMA que si corrieran en la pista de 400 m?*

En línea recta no habría diferencia entre la primera pista y la segunda, pero las dos curvas unidas formarían un círculo de radios R y (R+d), siendo "d" la anchura de la calle.
La diferencia de recorridos entre una calle y la contigua valdrá.

$$2 \cdot \pi \cdot d$$

Siendo totalmente independiente del radio de la pista.